DR. NAGY ANDRÁS[*]

Kardinális vagy ordinális hasznosság?

Кардинальная или ординальная теория полезности?

С тех пор, что в 1915-ом году была опубликована соответствующая работа Е. Слуцкого, и особенно с тех пор, что в 1939-ом году появилась на свет работа Дж. Хикса «стоимость и капитал», теория кардинальной полезности стала научно не состоятельной. Не смотря на это, большинство вводных курсов микроэкономии начинают изучение теории потребительского спроса – ссылаясь на дидактические преимущества – с изложения кардинальной теории полезности. Хотя Дэбрье и Нейманн разработали свои функции полезности – которые не являются однозначными и служат чисто методологические цели – строго на основе ординальной теории предпочтений, снова и снова разлетают сообщения о возрождении кардинальной теории полезности. Цель настоящей работы коротко изложить суть критики Слуцкого и Хикса, показать, что кардинальная теория спроса такой же музейный экспонат, как геоцентрическая картина мира, теория флогистона или бесконечно малые величины Лейбница.

Amióta 1915-ben megjelent SZLUCKIJ vonatkozó munkája, és különösen amióta 1939-ben megjelent HICKS „Érték és tőke” című műve, a kardinális hasznossági elmélet tudományosan tarthatatlanná vált. Ennek ellenére bevezető jellegű mikroökonómia tankönyvek sora a fogyasztói viselkedést – állítólagos didaktikai okokkal indokolva – a kardinális elmélet ismertetésével kezdik tárgyalni. Bár DEBREU és NEUMANN szigorúan az ordinális preferencia-elméletre támaszkodva dolgoztak ki – nem egyértelműen meghatározott és kizárólag módszertani célokat szolgáló – hasznossági függvényeket, újra és újra hírek röppennek fel a kardinális hasznossági elmélet újjászületéséről. Jelen írás célja a szluckiji-hicksi kritika összefoglalása, annak megmutatása, hogy a kardinális elmélet ugyanolyan tudományos múzeumi tárgy, mint a geocentrikus világkép, a flogiszton-elmélet vagy LEIBNITZ végtelenül kicsiny mennyiségei.

A Gossen-Jevons-Marshall vonal szerinti kardinális hasznosságelmélet alapjai és problémái

A GOSSEN-JEVONS-MARSHALL féle kardinális hasznosságelmélet oktatásához ragaszkodók leggyakrabban azzal érvelnek, hogy az egyszerűbb, a kezdők számára könnyebben emészthető, mint az axiomatikus felépítésű ordinális elmélet. Ezt a feltevést semmi nem támasztja alá. Hacsak az nem, hogy a kardinális elméletet még senki sem próbálta szabatosan kifejteni. Elő szokták adni GOSSEN első „törvényét”, mint „empirikusan nyilvánvaló” összefüggést – vagyis végeredményben, mint axiómát –, de fel sem vetik, hogy a rendszernek további axiómái is vannak. Alább ezen kívánok változtatni.

[*] BGF Pénzügyi és Számviteli Főiskolai Kar, Közgazdasági és Módszertani Intézet, Közgazdasági tanszék, főiskolai tanár, a közgazdaságtudományok kandidátusa.

Alapfeltevések

(A) *(Statikus piac)* A piacon véges számú árufajtából felépülő, időben változatlan fajta-összetételű *választék* áll rendelkezésre – eltekintünk a műszaki haladástól.

(B) *(Homogén piac)* A választékot alkotó árufajták egyes példányai azonos *mértékűek* és azonos *minőségűek* – függetlenül attól, hogy ki állította elő, ki árusítja azokat.

(C) *(Folytonos piac)* Az egyes árupéldányok tetszőlegesen kis részekre bonthatók és tetszőlegesen nagy tömeggé vonhatók össze – minőségváltozás nélkül.

Az így jellemzett piac két tér – két *terméktér* – egymásra vetüléseként fogható fel, melyek pontjai az *árukosarak* – a termelői terméktérben az elvileg megtermelhető és eladásra kínálható áruk különböző kombinációi, a fogyasztói terméktérben az elvileg megvehető és elfogyasztható termékek különböző kombinációi. Ezek a kosarak n elemű nemnegatív számvektorokkal modellezhetőek, ahol n az árufajták száma [(A) posztulátum], a vektor minden pozíciójához egy meghatározott árufajtát és annak konszenzussal elfogadott mértékegységét rendeljük [(B) posztulátum] és a kosarak egy n-dimenziós euklideszi tér pozitív ortansának valamennyi pontját jelenítik meg [(C) posztulátum].

A fogyasztói magatartás leírásához a fogyasztói termékteret azonosítjuk a fent részletezett modelljével, egy n-dimenziós euklideszi tér pozitív ortansával.

Magát a fogyasztói magatartást a fogyasztó *hasznosság maximalizáló szándéka* motiválja és a következő posztulátumokkal írható le:

(a) *(A hasznosság mérhetősége)* A fogyasztó minden jószághoz egy folytonos hasznossági skálát tud rendelni:

$$\forall x \quad \exists U_x(x) \geq 0 \quad U_x \text{ folytonos leképezés}$$

(b) (*A hasznosság egyneműsége*) A hasznosság mértéke azonos mértékegységű valamennyi jószág esetén:

$$\forall x, y \quad \dim U_x = \dim U_y$$

(c) *(A javak függetlensége*) A fogyasztó az egyes javakat a többitől függetlenül értékeli:

$$\forall x \text{ és } \forall y \neq x \qquad U_x(x) = U_x(x|y)$$

azaz $U_x(x)$ értéke nem függ semmilyen x-től különböző y jószág mennyiségének nagyságától.

(d) (*A hasznosság monotonitása*) A nagyobb mennyiség nagyobb hasznosságot jelent[1]:

$$\forall x^1, x^2 \qquad \text{ha } x^1 < x^2 \text{ akkor } U(x^1) < U(x^2)$$

Másképpen:

[1] A felső indexek azt jelentik, hogy x^1 és x^2 ugyanannak az x jószágnak két mennyisége. Alsó indexek (x_1, x_2) különböző jószágfajtákat jelölnek.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U_x(x)}{\Delta x} = \frac{dU_x(x)}{dx} \stackrel{def}{=} MU_x(x) > 0$$

(e) *(GOSSEN „első törvénye” a csökkenő határhaszonról)* Egy adott x jószág mennyiségének növelésével csökken a hasznosság egységnyi jószágra jutó *növekménye – a határhaszon:*

$$\forall x^1, x^2 \ \text{ ha } x^1 < x^2, \text{ akkor } MU_x(x^1) > MU_x(x^2)$$

Másképpen:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta MU_x(x)}{\Delta x} = \frac{dMU_x(x)}{dx} = \frac{d^2U_x(x)}{dx^2} < 0$$

(f) (*Additív hasznosság*) Egy fogyasztói kosár hasznossága a benne levő áruporciók hasznosságainak összege:

$$\text{Ha } A=[x_1, x_2, \ldots, x_n] \text{ akkor } U(A) \stackrel{def}{=} \sum_{i=1}^{n} U_{x_i}(x_i)$$

Azok a tankönyvek, amelyek HICKS munkájának megjelenése után is – *didaktikai okokra hivatkozva* – ragaszkodnak ahhoz, hogy a fogyasztás mikroökonómiáját a kardinális elmélettel kezdjék, ezeket a posztulátumokat, amelyek semmivel sem kevésbé körülményesek, mint az ordinális megközelítés közismert (alább általunk is reprodukált) axiómái (posztulátumai), egyszerűen nem szokták közölni. Így okfejtéseikben úgy hivatkoznak ezekre az axiómákra, hogy „nem tudják, de csinálják” – MARX klasszikus fordulatával élve. Ezután a (didaktikai) hivatkozási alap az, hogy a kardinális elmélet egyszerűbb, könynyebben „emészthető” a matematikai közgazdaságtanban első lépéseket tevő kezdőknek.

Az eljárás nem hátsó gondolat nélkül való, még ha ezzel nem is mindenki van tisztában, aki ennek az eljárásnak a híve. Egy axiomatikus modell megalkotása ugyanis azzal jár, hogy a további vizsgálódásokat már nem az empirikus valóságban, hanem a modell elvont, mesterséges világában kell folytatni. A valósághoz csupán annyiban fordulhatunk, amennyiben a nyert eredményeket célszerű minél gyakrabban egybevetni az empirikus tényekkel és a túlságosan jelentős eltérések esetén levonni a megfelelő konzekvenciákat. Már most, ha a kardinális elmélet hívei beismerik/belátják, hogy ez az elmélet ugyanúgy axiomatikus modellen alapszik, mint az ordinális, akkor azt is be kell ismerni/látni, hogy elvontsága, mesterkélt mivolta sem kisebb amazénál, és így a didaktikai szempont megtartásánál minden alapot nélkülöz.

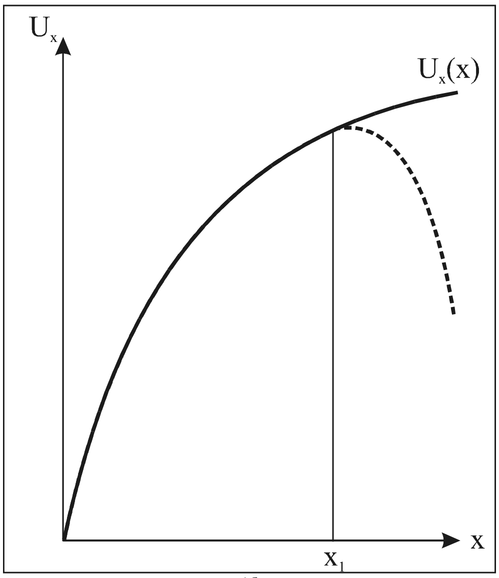
Ugyanakkor – ugyancsak „didaktikai megfontolásokból” – általában a (d) posztulátum helyett egy sokkal komplikáltabb feltevéssel élnek, nevezetesen bevezetik a *telítettségi pont* fogalmát azzal, hogy a hasznosság monoton növekedése csak eddig a pontig tart, s ettől a ponttól kezdve a hasznossági függvény visszahajlik, monoton csökkenővé válik. Itt az „egyszerűség” kívánalmát az „életszerűség” oltárán áldozzák fel. A bökkenő csak az, hogy a telítettségi pont az elmélet további kifejtésében semmiféle lényeges szerephez nem jut, csupán a modell „valósághűségét” demonstráló fügefalevél.

Következtetések, fogyasztói kereslet

A posztulátumok (mindenek előtt a (d) és a (e) axiómák) alapján felrajzolható minden árufajtára külön-külön a hasznossági függvény *(1. ábra)*.

Szaggatott vonallal a telítettséget ábrázoló verziót rajzoltuk be. Az x_1 mennyiség alatti mennyiségek esetén a két görbe egybeesik. Ha az x_1 elég nagy (vagyis valószínűtlen ilyen mennyiség fogyasztása), akkor a visszahajló szakasz *nem releváns*, elhagyható.

Abban az esetben, ha két szereplőnk (A és B) van, ahol mindkettő rendelkezik x és y árukkal x_A és y_A, illetve x_B és y_B mennyiségekben, lehetséges, hogy a szereplők növeljék hasznosságukat, ha egymás között *cserét* hajtanak végre, azaz közös készleteiket (x_A+x_B, illetve y_A+y_B) újra elosztják, reallokálják.



1. ábra
A hasznosságfüggvény

Ennek akkor van értelme, ha a két jószág határhaszna mindkét szereplőnél külön-külön eltérő, mégpedig ellentétes relációban. Például:

$$MU_x^A(x_A) < MU_y^A(y_A) \text{ illetve } MU_x^B(x_B) > MU_y^B(y_B) \tag{1}$$

Ekkor, ha A lemond Δy-ról Δx ellenében, akkor a „GOSSEN-törvény” (e) alapján az x szerinti haszna jobban fog nőni, mint amennyivel az y szerinti haszna csökken, tehát összhaszna az (f) szerint nőni fog. Mivel B a cserében fordított feltételekkel vesz részt, azért ő is összhaszon növekedést könyvelhet el. A csere tehát akkora Δy és Δx cseréjét jelenti, amely mellett

$$\text{vagy } \Delta U_x^A(x_A) = \Delta U_y^A(y_A), \text{ vagy } \Delta U_x^B(x_B) = \Delta U_y^B(y_B), \tag{2}$$

ugyanis annál a szereplőnél, ahol az egyenlőség beáll, maximális lesz az összhaszon, minden további csere azt csökkenteni fogja, tehát abban ő már nem lesz érdekelt.

Mivel annak valószínűsége, hogy A rátaláljon egy megfelelő „kondíciókkal” rendelkező B-re (amikor is érvényes az (1)) elég kicsi, annak a valószínűsége pedig, hogy ráadásul a csere után az (2)-ben mindkét egyenlőség egyszerre teljesül, még kisebb, a közvetlen (bartell) cserével az összhaszon maximalizálása meglehetősen bizonytalan. Ha a gazdaság „ismeri és becsüli” a pénzt, akkor a dolog lényegesen leegyszerűsödik.

A pénz természetére vonatkozóan MARSHALL alapművében, a „Principles of Economics”-ban lényegében nem találunk semmit (MARSHALL híres pénzfogalmával most nem foglalkozunk). Így csak beleértelmezni tudjuk, hogy mivel a piac által általánosan elfogadott árak az egyes szereplők számára külső adottságként jelennek meg, azért a pénz olyan valami, amit meghatározott arányokban mindenki elfogad, és mindenki el tudja költeni – „a pénz semmi másra nem jó, csak arra, hogy elköltsék”. Tehát feltételezzük, hogy *mindenki pénzben szerzi jövedelmét, de csak azért, hogy azt mihamarabb jószágokra költhesse*. A feladat: úgy elkölteni a jövedelmet, hogy az a legnagyobb összhasznot eredményezze.

A piac adottsága, hogy egységnyi x ára p_x pénzegység, egységnyi y ára p_y pénzegység. Ekkor a fenti cserefolyamat leírásából az egyik szereplő kihagyható (mondjuk B), mert a másik (A) annyi pénzt akar kapni felkínált árumennyiségéért (példánkban Δy-ért), amennyit ér pénzben az általa kívánt árumennyiség (példánkban Δx), miután a pénzről vallott felfogásunk szerint ezért az összegért *valakitől* biztosan meg tudja venni ezt a mennyiséget. Tehát:

$$p_x\Delta x = p_y\Delta y \tag{3}$$

$$\Delta U_x^A(x) = \Delta U_y^A(y) \tag{4}$$

Ha most (4)-et elosztjuk (3)-mal – nyilván megtehetjük, hiszen $p_x\Delta x$ *per definitionem* nem nulla – akkor (rögtön a határátmenetet is elvégezve):

$$\left(\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta U_x^A(x_A)}{p_x\Delta x}\overset{\text{def}}{=}\right)\frac{MU_x^A}{p_x}=\frac{MU_y^A}{p_y}\left(\overset{\text{def}}{=}\lim_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta U_y^A(y_A)}{p_y\Delta y}\right) \tag{5}$$

Miután itt az A szereplő személye sem érdekes, az indexek elhagyhatóak, viszont a logika kiterjeszthető. Így jutunk el GOSSEN *„második törvényéhez”*, amely szerint egy, a jövedelmünkből megvásárolható $[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jószágkosár akkor és csak akkor biztosítja a maximális összhasznot, ha

$$\frac{MU_{x1}(x_1)}{p_{x1}}=\frac{MU_{x2}(x_2)}{p_{x2}}=\ldots=\frac{MU_{xn}(x_n)}{p_{xn}} \tag{6}$$

Alkalmazva GOSSEN második törvényét egy árura:

$$\frac{MU_x(x)}{p_x}=C_1 \tag{7}$$

ahol maga a C_1 konstans a jövedelem függvénye. Innen

$$MU_x(x)=p_x\cdot C_1 \tag{8}$$

Mivel az $MU_x(x)$ függvény az (e) posztulátum szerint monoton csökkenő, így monoton csökkenő lesz az inverze is:

$$x = MU_x^{-1}(p_x\cdot C_1)\overset{\text{def}}{=}q_x(p_x) \tag{9}$$

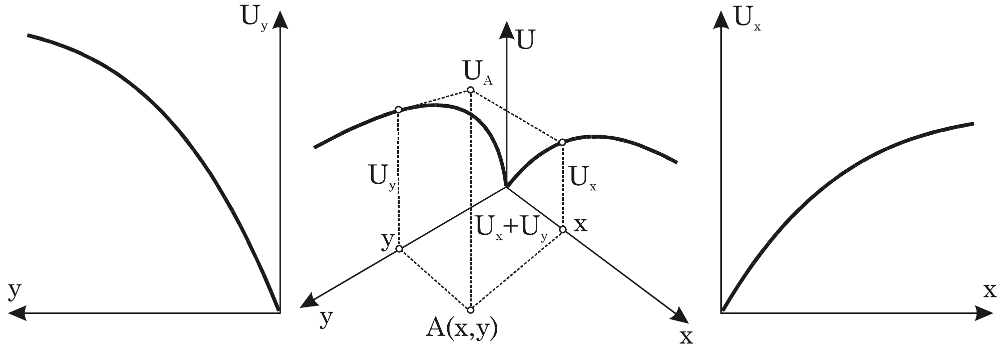
Ez a függvény tehát az x termék árához hozzárendeli azt a mennyiséget, amit a fogyasztó képes (hiszen lehetővé teszi jövedelme – C_1) és hajlandó (mert maximalizálja az összhasznát) megvenni – vagyis ez a függvény nem más, mint *a fogyasztó keresleti függvénye, amely a kardinális hasznossági elmélet axiómáiból levezetve monoton csökkenőnek bizonyul*.

Mindez olyan szép, hogy nem is lehet igaz. De mi itt a probléma?

Problémák

A legégetőbb problémát, az (a) posztulátum igazolhatóságának problémáját egyelőre rakjuk félre.

Tegyük fel az egyszerűség végett, hogy a terméktér kétdimenziós. Ekkor a fogyasztói kosarakban kétféle termék, x és y található valamilyen nem negatív mennyiségben. Nyilván az *1. ábrán* ábrázolt hasznossági görbe – egymástól függetlenül (lásd a (c) posztulátumot) – mindkét termékhez felrajzolható. A termékteret a kétdimenziós euklideszi tér pozitív negyede modellezi, ennek tengelyeihez éppen hozzáilleszthetjük merőlegesen a két hasznossági görbe megfelelő tengelyeit, miáltal a két hasznosság-tengely is fedésbe kerül *(2. ábra)*.



2. ábra
A hasznossági felület

Egyáltalán nem evidens, hogy a különböző jószágok mérhető hasznossága azonos dimenziójú. Ezt az (b) posztulátum meglehetősen önkényesen rögzíti, viszont e posztulátum alapján a fedésbe került hasznosság tengelyeket minden további nélkül azonosíthatjuk és így egy három dimenziós (x,y,U) euklideszi tér pozitív ortansához jutottunk.

Ebben a térrészletben a „padlón" lehet megkeresni bármelyik A(x,y) fogyasztói kosarat, amelynek hasznosságát az $U_x+U_y=U_A$ magasságban elhelyezkedő térbeli pont jeleníti meg. Ezek a pontok – a (C) posztulátumnak megfelelően – egybefüggő „hártyát" alkotnak a két „oldalfalon" elhelyezkedő hasznossági görbék között. Ezt nevezik *hasznossági felületnek*. A hasznossági felület jól kezelhető a szintvonalai segítségével (EDGEWORTH és PARETO nyomán). Ezek a „padlón" felvett mértani helyek, amelyek azokat a fogyasztói kosarakat tartalmazzák, melyeknek azonos a hasznosságuk. E szintvonalak jól reprezentálják a hasznossági felületet (akárcsak a térképek szintvonalai a domborzatot).

A posztulátumok alapján bebizonyítható két alapvető fontosságú tétel, amelyek segítségével jól jellemezhető a hasznossági szintvonalak geometriája és így a fogyasztói magatartás összefüggései is.

1. tétel (*a dominancia el*ve) Ha két fogyasztói kosár közül az elsőben semmivel sincs kevesebb semelyik termékből, de legalább egy termékből több van, mint a másodikban, azaz, ha az első kosár *dominálja* a másodikat, akkor az első kosár összhaszna nagyobb, mint a másodiké.

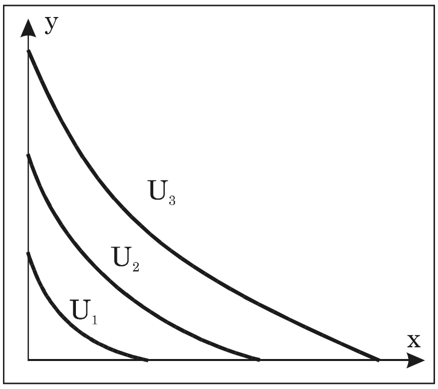
2. tétel (*az átlag hasznáról*) Ha két fogyasztói kosár azonos hasznosságú, akkor bármely nem triviális súlyozott átlaguk összhaszna ennél a közös hasznosságnál nagyobb lesz. (Triviális súlyozott átlag, ahol az egyik súly 1, az összes többi 0.)

Ennek a tételnek a bizonyítása főképpen az (e) posztulátumra (GOSSEN első törvényére) épül. A posztulátumból következik, hogy

$$\forall \alpha \in (0,1)$$

$$\forall x \; \alpha \cdot U_x(x) < U_x(\alpha \cdot x) \qquad (10)$$

és ennek alapján a tétel bebizonyítható. A bizonyítást az olvasóra bízom.



3. ábra
A hasznossági felület kétdimenziós ábrázolása

A mikroökonómiában jártas olvasónak a posztulátumok és a két tétel alapján az sem okozhat nehézséget, hogy belássa a következőket:

- a hasznossági szintvonalak az origótól távolodva egyre nagyobb hasznosságot reprezentálnak;
- a hasznossági szintvonalak negatív meredekségűek;
- a hasznossági szintvonalak az origó felől nézve konvexek; stb.

De hol vannak a problémák?

Nos, a posztulátumok egyértelműen meghatározzák a hasznossági felületet és a szintvonalakat. Fordítva azonban ez nem igaz. Az (f) posztulátum definiálja az

$$\forall A = [x_i]_{i=1,2,\dots,n} \qquad U(A) = \sum_{i=1}^{n} U_i(x_i) \qquad (11)$$

összhaszon-függvényt, amelynek grafikonja a hasznossági felület. Ha azonban Ψ egy szigorúan monoton növekvő leképezés (logaritmikus, exponenciális vagy bármilyen más)[1], akkor a

$$\forall A = [x_i]_{i=1,2,\dots,n} \qquad U_\Psi(A) = \Psi(U(A)) = \Psi\left[\sum_{i=1}^{n} U_i(x_i)\right] \qquad (12)$$

függvény grafikonja egy olyan felület lesz, amely akár nagyon is erősen különbözhet az U függvény generálta felülettől, ám szintvonal-térképe mégis azonos lesz amazéval. Vagyis az (f) posztulátum helyére egy végtelen posztulátumsereget kell raknunk, mivel semmi okunk nincs kitüntetett szerepet juttatni az egyik U_Ψ függvénynek (nevezetesen az U-nak).

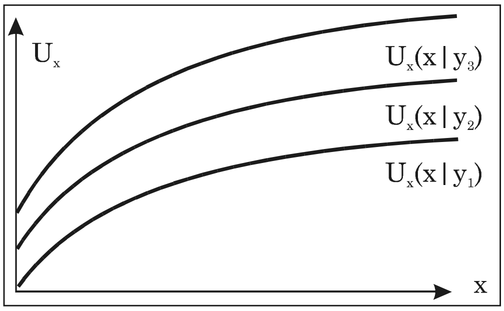
Ezzel viszont *megkérdőjeleződik a hasznosság kardinális mérhetősége*!

Másfelől, a (c) posztulátum az axióma szintjén rögzítette, hogy a javak egyedi hasznossága független egymástól (azaz értelmes dolog *egy* jószág összhasznáról

[1] U szigorúan monoton növekvő transzformációja minden olyan Ψ leképezés, ahol Ψ:$\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ $\forall A,B \in \mathbf{X}$ ha $U(A)>U(B)$, akkor $\Psi[U(A)]>\Psi[U(B)]$.

és határhasznáról beszélni). Ugyanakkor, ha bármely y mennyiséghez állítunk egy az x-U síkkal párhuzamos síkot, akkor azon a hasznossági felületnek más és más metszete jelentkezik, amelyek minden további nélkül értelmezhetőek úgy, mint az x összhaszon-függvényének egy-egy újabb transzformációja, vagyis egy összhaszon-függvény helyett egy függvénysereggel lesz dolgunk.

Az eredeti U összhaszonfüggvénynél ez nem okoz különösebb problémát, hiszen a sereg egymás utáni tagjai egyszerűen el vannak tolva $U_y(\Delta y)$ értékkel, de az U_Ψ függvény esetében, nem ismerve ψ pontos természetét, a függvénysereget generáló transzformációról sem tudunk semmit sem mondani. Egy dolog lesz csak biztos: a javak függetlenségének posztulátuma értelmét veszti, a rendszer nem lesz konzisztens, a (c) posztulátum és az (f) posztulátum-család ellentmondanak egymásnak.



4. ábra
A hasznossági függvénysereg

Ez az ellentmondás vezet például a nevezetes GIFFEN-paradoxonhoz, amely szerint GIFFEN a kardinális hasznosságelmélettel teljesen összhangban, logikailag hibátlanul kimutatja, hogy léteznie kell az inferior jószágok esetében egy paradox árhatásnak (a „GIFFEN-hatásnak"), ám ezt az állítást semmilyen empirikus megfigyelés nem támasztja alá.

SZLUCKIJ és HICKS rendbe rakják a dolgokat

HICKS az „Érték és tőké"-ben kimutatja, hogy PARETO, miközben állítása és meggyőződése szerint a fenti szintvonal-technika kidolgozásával (amelyben nagy segítségére volt EDGEWORTH) MARSHALL nyomdokaiban járt, és csupán matematikailag kezelhetőbbé tette annak elméletét, valójában – anélkül, hogy tudta volna – halálos csapást mért a kardinális hasznossági elméletre. Csupán a kifejtés hangsúlyát kellett egy kissé áthelyezni, hogy megszülessen a forradalmian új, *konzisztens ordinális elmélet*. HICKS egy bámulatra méltó „fair play"-vel elismeri, hogy az orosz SZLUCKIJ (mivel oroszországi orosz volt és nem orosz származású külföldi, azért nevét a magyar helyesírás szabályai szerint így kell írni) megelőzte őt a probléma megoldásában, jól lehet ő maga SZLUCKIJ eredményeit nem ismerve dolgozta ki elmélete alapjait.

HICKS megadja a programot: *„A hasznosság kvantitatív fogalma nem elengedhetetlen a piaci jelenségek magyarázatához. Ezért OCCAM borotvájának elve alapján helyesebb, ha nem használjuk fel ezt a feltevést. …Csak a tapasztalat alapján mutatható meg, hogy ez mennyire fontos. Remélem, meg tudom majd győzni az olvasót, hogy esetünkben is éppen eléggé fontos dologról van szó. Ehhez az elvhez tartva magunkat, meg kell vizsgálnunk, hogy vajon fel lehet-e építeni a preferenciaskála feltételezésére a fogyasztói kereslet teljes elméletét, amely legalább annyira kidolgozott, mint MARSHALLé. Egy ilyen elmélet kidolgozásakor természetesen el kell vetnünk minden olyan fogalmat, amely valamilyen módon* *függ a kvantitatív hasznosságtól, ha csak nem vezethető le magából a közömbösségi térképből. Egyedül a közömbösségi térképből indulunk ki, semmi mást nem használhatunk fel."* (HICKS [1] 60. old.)

BERDE és PETRÓ áttekintő dolgozatukban ([2]) DEBREU és NEUMANN kardinális hasznossági függvényeire hivatkoznak, amikor kísérletet tesznek a kardinális elmélet rehabilitálására, Lelkes egyenesen BENTHAMig nyúl vissza (akit egyébként történelmi visszatekintésükben BERDE és PETRÓ is megemlítenek).

Meg kell jegyezni, hogy DEBREU, illetve NEUMANN a maguk részéről híven követték a hicksi programot, amikor hasznosság-függvényeiket a közömbösségi térképből vezették le. Így BERDE és PETRÓ, amikor a kardinális elmélet újjászületéséről beszélnek, ezt csupán annyiban teszik jogosan, amennyiben a relativitás elméletében is újjászületni láthatjuk a ptolemaiszi geocentrikus világképet – akár a Föld is lehet a vonatkozási pont; a modern elektokémiában is a flogiszton-elméletet – az oxigén „kivonja" a fémek „felesleges" elektronjait; a korszerű matematikai analízis differenciál fogalmában is a leibnitzi végtelen kicsiny mennyiségeket – a differenciálok hányadosa valóban a leibnitzi differenciálhányados – hiszen abból vezettük le a differenciálokat. Sem DEBREU, sem NEUMANN hasznosság-függvénye nem egyértelmű – egészen egy szigorúan monoton növekvő transzformáció erejéig – és a lehetséges változatok között nincs empirikusan kitüntetet, így ezek semmiképpen nem a GOSSEN-JEVONS-MARSHALL szerinti hasznosság-függvény reinkarnációi, hanem a SZLUCKIJ-HICKS szerinti preferencia-skála „digitalizációi" csupán.

LELKES ORSOLYA viszont egyenesen szembe menetel írásában (LELKES [3]) a hicksi programmal, amikor „felfedezi" a hasznosság kardinális mérését szociográfiai módszerekkel. Neves szerzőkre hivatkozva a kardinális hasznosság mérését kérdőíves felmérésekkel látja megoldva. Szerinte „az egyik legelterjedtebb módszer egyetlen mérőszámmal méri a szubjektív jóllétet". E mérésnek az a lényege, hogy feltesznek egy kérdést, amelyre n darab preferencia-sorrendbe állítható válaszminta közül lehet választani, megadva a válaszminta 0-tól (vagy 1-től – ez lényegtelen) n-ig terjedő sorszámát.

Jellemzően HICKS éppen azzal mutatta meg, hogy PARETO nem követi, hanem elveti MARSHALL elméletét, hogy rámutatott: amikor PARETO a szintvonalakra az origótól távolodva növekvő sorszámokat írt, mint az adott szintvonal hasznosság-értékét, akkor csupán egy lehetséges módon jelezte a fogyasztói preferenciák alakulását, és ugyanazokra a szintvonalakra írhatott volna bármilyen más monoton növekvő számsort – az eredmény ugyanaz lett volna. Ugyanaz lett volna PARETOnál, aki tudtán kívül lényegében áttért a kardinális elméletről az ordinálisra.

Nem így LELKESnél, aki meggyőződéses kardinalistaként a sorszámokkal, mint hasznosság-értékekkel számol és olyan finom statisztikai elemzéseket végez, amelyek valószínűleg egészen más eredményeket adtak volna, ha az adatfelvételkor az egyenletes sorszámok helyett például sűrűsödő-ritkuló, rapszodikus számsorokat használtak volna. Márpedig honnan tudjuk, hogy az egyes válaszadók számára a válaszminták között egyenletes haszonkülönbségek vannak-e?

LELKES azon megállapítása – amely egyébként nem nélkülözi az ideologikus értelmezés veszélyét –, hogy tudniillik *„a jövedelemvesztés jóléti ára lényegesen* *meghaladja a nyereség jóléti hasznát”* éppenséggel a preferencia-skála mögé képzelhető kardinális skála egyenetlenségét tételezi, hiszen a (nyereség következtében) „boldog” és a „nagyon boldog” között kisebb különbséget lát, mint a (veszteség miatt) „boldogtalan” és a „nagyon boldogtalan” között. Ezzel azonban megkérdőjelezi a dolgozata összes számítási eredményét, amelyek viszont az egyenletes skála feltételezésére épültek.

LELKES ORSOLYA egyszerűen összekever három tudományterületet, a közgazdaságtant, a szociológiát és az etikát (valószínűleg BENTHAMHOZ hasonlóan – csakhogy azóta végbement a tudományok jelentős differenciálódása). Az ő általa használt hasznosságfogalom kifejezetten szociológiai-etikai fogalom – a társadalmi rétegek „jólléte”, boldogságérzete. Ezzel szemben a (kardinális) közgazdaságtant önmagában nem érdekli a fogyasztók hasznosságérzetének természete, hanem az érdekli, hogy e hasznosságérzetet hogyan befolyásolja különböző fogyasztói kosarak elfogyasztása. Ezzel viszont LELKES írása egyáltalán nem foglalkozik. Vagyis munkája voltaképpen nem is közgazdaságtani.

Egyfelől LELKES igen aprólékos számításokkal próbálja igazolni azt az ősi orosz népi bölcsességet, mely szerint *„fiatalnak, egészségesnek és gazdagnak lenni jobb, mint öregnek, betegnek és szegénynek”*. Másfelől viszont azt a valóban érdekes és valóban közgazdasági problémát, hogy a jövedelem nem csak a költségvetési egyenesen keresztül közvetlenül hat a racionális fogyasztói választásra, de közvetve a közömbösségi térkép módosításával is, nem csak nem oldja meg, de nem is érinti. Ennek a problémának a megoldásához valószínűleg semmivel sem visz közelebb a visszatérés a kardinális elmélethez, a közömbösségi görbéktől a hasznossági szintvonalakhoz.

A szluckiji-hicksi megoldás lényege a hasznossági szintvonalak átalakítása preferencia-rendezést tükröző közömbösségi térképpé. Ez a térkép nem egy felszín domborzatát mutatja, hanem egy-egy vonalába (közömbösségi görbék) olyan kosarakat gyűjt, amelyeknél a fogyasztó egyiket sem részesíti előnyben a másikkal szemben egy elképzelt választás során. A piac szerkezetét leíró (A)-(B)-(C) posztulátumokat átveszik – azok amúgy is EDGEWORTHék hatását tükrözik. A fogyasztói viselkedés axiómáit viszont teljesen újrafogalmazzák. A hasznosság mérése helyébe a preferencia-skálán alapuló elképzelt választás lép (ennek empirizálhatóságát igyekszik majd SAMUELSON a kinyilvánított preferenciák elméletével megteremteni – jellemző módon PARETOig a kardinális elmélet empirizálhatóságát még csak meg sem kísérelték elméletileg megalapozni – minek is, hiszen rögtön az (a) posztulátum kijelenti, hogy a hasznosság pedig mérhető). Maga HICKS az „Érték és tőké”-ben explicite nem fogalmaz meg axiómákat, de a korszerű mikroökonómiának nem okozott nehézséget ezek rekonstruálása a hicksi szöveggel összhangban.

Az első három axióma lényegében a preferencia-skála (elő)rendezés mivoltát rögzíti:

(P1) (*teljesség*) A fogyasztó két kosár esetén mindig tud dönteni

$$\forall A, B \qquad \text{vagy } A \succ B, \text{ vagy } B \succ A, \text{ vagy } A \sim B,$$

ahol $A \succ B$ azt jelenti, hogy a fogyasztó az A kosarat szívesebben választja mint a B-t, az A kosarat *előnyben részesíti, preferálja* B-vel szemben. $A \sim B$ viszont azt jelenti, hogy a fogyasztó egyik kosarat sem preferálja, azok *közömbösek*. Az axióma leglényegesebb gondolata: a fogyasztó *mindig* dönt – így vagy úgy, esetleg amúgy.

(P2) (*reflexivitás*) A fogyasztó bármely kosarat közömbösnek tartja sajátmagával

$$\forall A \quad A \sim A$$

Ugyanennek a posztulátumnak egy ekvivalens megfogalmazása szerint, ha két kosár tökéletesen egyforma tartalmú, akkor közömbösek – fordítva ez nem igaz!

$$\forall A,B \quad \text{ha } A=B, \text{ akkor } A \sim B$$

(P3) (*következetesség*) A fogyasztó preferenciái tranzitívak:

$$\forall A,B,C \qquad \text{ha } A \succ B \text{ és } B \succ C, \text{ akkor } A \succ C.$$

Több mikroökonómia-tankönyv itt be is fejezi, de még több kiegészíti az axióma rendszert. Leggyakrabban a fenti két tételt emelik be – mutatis mutandis – axióma gyanánt.

(P4) (*a dominancia elve)* Ha két fogyasztói kosár közül az elsőben semmivel sincs kevesebb semelyik termékből, de legalább egy termékből több van, mint a másodikban, azaz, ha az első kosár *dominálja* a másodikat, akkor az első kosár preferáltabb a másodiknál:

$$\forall A,B \qquad \text{ha } AdB, \text{ akkor } A \succ B,$$

ahol a *dominancia-reláció*

$$AdB, \text{ ha } \forall x_i^A, x_i^B \quad x_i^A \geq x_i^B \text{ és } \exists x_i^A, x_i^B \quad \text{hogy } x_i^A > x_i^B$$

(P5) (*az átlag preferálása)* Ha két fogyasztói kosár közömbös egymással, akkor bármely nem triviális súlyozott átlaguk preferáltabb náluk

$$\forall A,B \qquad \text{ha } A \sim B, \text{ akkor}$$
$$\forall \alpha \in (0,1) \qquad \alpha A + (1-\alpha)B \succ A,B.$$

Ezekkel az axiómákkal könnyen bizonyíthatók a közömbösségi görbék geometriáját jellemző tételek:

- a közömbösségi görbék az origótól távolodva egyre preferáltabb kosarakat tartalmaznak;
- a közömbösségi görbék negatív meredekségűek;
- a közömbösségi görbék az origó felől nézve konvexek; stb.

Ezek hasonlósága a hasznossági szintvonalakról szólókhoz szembeötlő.

HICKS a hasznosság fogalmával együtt természetesen megszabadult a határhaszon fogalmától is. A csökkenő határhaszon posztulátuma (GOSSEN „első törvénye") azonban tökéletesen helyettesíthető az axióma rendszerben bizonyítható tétellel:

3. tétel (*a csökkenő helyettesítési határrátáról*). A fogyasztói kosár bármely elemének növekedésével csökken az adott termék helyettesítési határrátája (MRS) bármely más termék vonatkozásában

$$\forall i, j \qquad \text{ha } x_i \text{ nő, akkor } MRS_{ij} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\Delta x_j}{\Delta x_i} = \frac{\partial x_j}{\partial x_i} \text{ csökken}$$

vagyis

$$\forall i, j \qquad \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\Delta MRS_{ij}}{\Delta x_i} = \frac{\partial^2 x_j}{\partial x_i^2} < 0$$

Bevezetve a költségvetési egyenes fogalmát, kizárólag a közömbösségi térképre támaszkodva meghatározható az optimális (a lehető legpreferáltabb kosarat megszerző) vásárlás pontja, melyre

$$\forall i, j \qquad MRS_{ij} = \frac{p_i}{p_j} \tag{13}$$

A DEBREU bevezette hasznossági függvény alkalmazásával könnyen megmutatható, hogy a (13) összefüggés nem más, mint GOSSEN második törvényének analógja. Az analógia olyan erős, hogy a (13)-ra támaszkodva megmutatható: a keresleti függvény, akárcsak a kardinális elméletben, monoton csökkenő, negatív meredekségű.

Viszont, megszabadulva a kardinális rendszer (c) posztulátumától – a preferenciarendezés éppen nem a javak függetlenségéből, hanem a jószágkosarak egységként kezeléséből indul ki – SZLUCKIJ és HICKS magyarázatot tudott adni a GIFFEN-paradoxonra[1], kimutatva, hogy a teljes árhatás felbontható a kardinális elmélet kereteibe beleférő jövedelem-hatásra és a kardinális elmélettel összeegyeztethetetlen helyettesítési hatásra. Ezek ellentétes mozgása nyomja el a feltételezett GIFFEN-hatást, s teszi azt empirikusan kimutathatatlanná.

Vissza a kardinális megközelítéshez? Vagy mégsem?

A kardinális elmélet és a határhaszon-fogalom az ordinális megközelítés hicksi tisztázása után tarthatatlanná vált. Ugyanakkor bizonyos kérdések tárgyalásakor tisztán módszertani szempontból a határhaszon fogalma igen kényelmesnek tűnik. Például a helyettesítési határrátát célszerű a helyettesítendő termékek határhaszon-arányaként felfogni:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \frac{MU_x}{MU_y}$$

G. DEBREU megmutatta, hogy mód van e kényelem élvezésére az ordinális elmélet keretein belül is. DEBREU gondolatmenetének kiinduló pontjául a közömbösségi görbék preferáltságáról szóló tételt választhatjuk. Mint emlékszünk rá, e tétel arról szól, hogy az origótól távolabbi görbe kosarai preferáltabbak, mint az origóhoz közelebbi kosarai. Ha tehát megadunk egy U függvényt, mint a közömbösségi görbe „távolságát az origótól”, akkor ez valamiféle mértékéül

[1] A Giffen-paradoxon abban áll, hogy Giffen az általa felfedezett inferior javakra logikailag levezette a róla elnevezett paradox árhatást, amely teljes összhangban van a kardinális hasznosság elméletével, azonban – ellentétben más ismert paradox árhatásokkal – ennek a paradox árhatásnak a létezését semmilyen empirikus vizsgálat nem támasztja alá.

szolgálhat a görbét alkotó kosarak „hasznosságának”. Hogy ez korrektül működjön, ahhoz az U függvényt az alábbiak szerint kell definiálni.

Definíció (Debreu-függvények)

Legyen **X** a fogyasztói terméktér és $\mathbf{R}^{+}$ a nem negatív valós számok tere (a nem negatív félegyenes). Legyen U egy függvény, *az adott preferencia-rendezés Debreu-függvénye*, amely az **X** kosaraihoz hozzárendel egy-egy számot $\mathbf{R}^{+}$-ból a következő szabályok szerint:

$$\forall A, B \in \mathbf{X} \text{ ha } A \sim B, \text{ akkor } U(A) = U(B)$$

$$\forall A, B \in \mathbf{X} \text{ ha } A \succ B, \text{ akkor } U(A) > U(B)$$

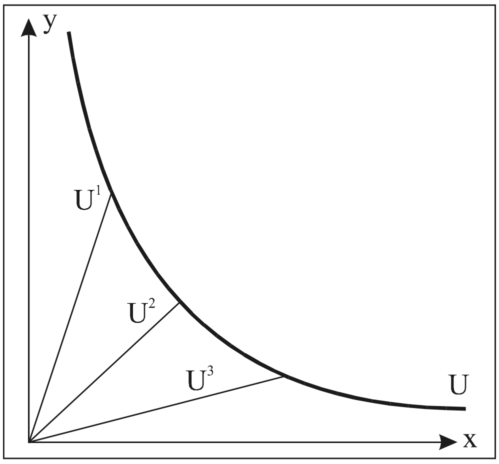
Azt elég egyszerű belátni, hogy ha létezne kardinális hasznosság az egyes termékekre, és egy fogyasztói kosár „hasznosságát” a komponensek hasznosságainak összegeként definiálnánk, valamint a fenti definíciót megfordítva az azonos „hasznosságú” kosarakat közömböseknek, a nagyobb „hasznosságúakat” preferáltabbnak tartanánk, akkor ez a preferencia-rendezés kielégítené a P1-P5 axiómáinkat, és így a kosarak „hasznossága” mintegy a „természetes” Debreu-függvény szerepét töltené be.

Debreu eredményének éppen az a lényege, hogy megmutatta: *bármely, az axiómákat kielégítő preferencia-rendezéshez konstruálható legalább egy, a fenti definíciót kielégítő U Debreu-függvény*. Azonban a közömbösségi görbék „távolságát” az origótól igen sokféleképpen lehet definiálni. Például (leellenőrizhető!) a definíciónak eleget tesz, ha U alatt bármely sugárnak az origó és a közömbösségi görbe közötti szakasza geometriai hosszát értjük (*5.ábra*).

Egészen pontosan érvényes a

Tétel (a végtelen sok Debreu-függvényről) Ha egy terméktérben U Debreu-függvény, akkor U minden szigorúan monoton növekvő transzformációja is az lesz.

A bizonyítást az olvasóra bízom.



5. ábra
Különböző Debreu-függvények definiálása ugyanabban a terméktérben

A tétel alapján azt mondhatjuk, hogy a Debreu-függvények *nem* rehabilitálják a kardinális elméletet, de lehetővé teszik azt, hogy annak módszereit az ordinális elméletben felhasználhassuk.

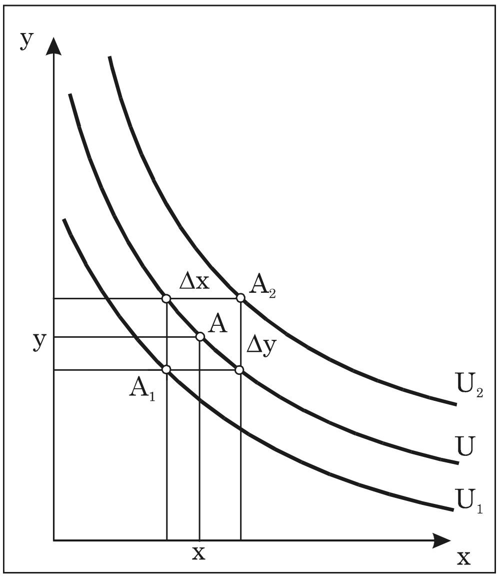
Tekintsük a *6. ábrát*!

Ezen az ábrán elemezzük az U közömbösségi görbe A pontjában a helyettesítési határrátát. Tudjuk, hogy ha Δx elég kicsi, akkor

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|$$

ugyanakkor a Δx és Δy változások együttes hatására (ha mindkettő pozitív növekmény lenne) A_1 kosárból A_2 kosárba, az U_1 görbéről U_2 görbére jutnánk. Ha konstruáltunk egy tetszőleges DEBREU-függvényt, akkor A_1-ből áttérve A_2-be a „hasznosság” $\Delta U=U_2-U_1>0$ növekménnyel változna. Mivel ez nem 0, azért a fenti egyenlet számlálóját és nevezőjét egyszerre vele megszorozva a tört értéke nem változna:

$$MRS_{xy} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{\Delta y \cdot \Delta U}{\Delta x \cdot \Delta U}\right| = \left|\frac{\Delta U}{\Delta x} : \frac{\Delta U}{\Delta y}\right| = \frac{MU_x}{MU_y}$$



6. ábra
A helyettesítési határráta elemzéséhez

Itt $MU_x \overset{def}{=} \frac{\partial U}{\partial x}$ az x „határhaszna”, $MU_y \overset{def}{=} \frac{\partial U}{\partial y}$ az y „határhaszna”.

A két „határhaszon” – erre utal a parciális deriválás jele – nyilván nem független egymástól, illetve a preferenciarendezéstől.

ALFRED MARSHALL „pénze” és a fogyasztói többlet

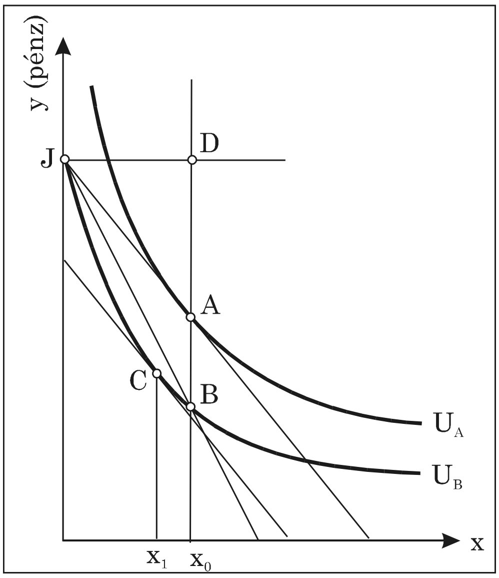
Az ebben az előadásban kifejtett elmélet és a MARSHALL-kereszttel modellezett piac közötti összefüggés csak akkor ragadható meg, ha a szokásnak megfelelően y áruban az összes nem x áru aggregátumát jelenítjük meg. Maga A. MARSHALL pontosan ezt is tette. Ezután pedig – továbbra is MARSHALLT követve – fel kell tennünk, hogy *a pénz semmi másra nem jó, csak arra, hogy elköltsék*, azaz *csak azért adnak el, hogy vehessenek*. Az x terméket a piacon az y aggregátum valamely összetevőjére cserélik el a pénz közvetítésével. Miután itt a pénz kizárólag az általános egyenértékes szerepét tölti be, MARSHALL joggal engedhette meg magának, hogy *az y-t azonosítsa magával a pénzzel*. Ugyanis a fogyasztói döntés, amely arra irányul, hogy *a kosárban mennyi legyen az x áru és mennyi az egyéb* lényegében megegyezik azzal döntéssel, amely arra irányul, hogy a vagyont megtestesítő kosárban *mennyi legyen az x áru és mennyi az egyéb árura tetszés szerint költhető pénz*.

Mivel y itt maga a pénz, azért $p_y=1$. Így, ha a fogyasztó jövedelme J, akkor az optimális döntését a *7. ábra* mutatja: ez az A kosár.

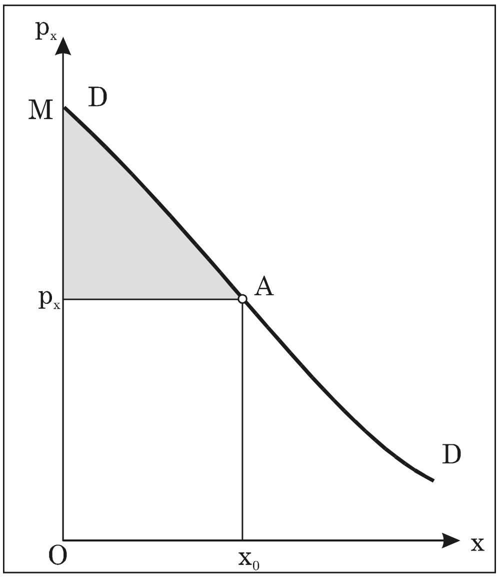
A fogyasztónk a J pontban („kosárban”) teljes J jövedelmét pénzben tartaná. Ezzel az állapottal közömbös az B kosár, amely azonban már tartalmazza a fogyasztó optimális döntésében szereplő x_0 mennyiséget. Tehát a fogyasztó ezért a mennyiségért hajlandó lenne megfizetni azt a p_x árat, amely a JB egyenest tenné költségvetési egyenessé. Vagyis ez a p_x lenne *a fogyasztó rezervációs ára*. Ezen a rezervációs áron a fogyasztó az x_0 mennyiségért a DB szakasz hosszának megfelelő pénzt fizetné ki.

A tényleges költségvetési egyenes – a JA egyenes mentén – egy, az előbbi rezervációs árnál alacsonyabb p_x árat feltételez, amely mellett ugyanazért az x_0 mennyiségért csak a DA szakasz hosszának megfelelő pénzt kell kifizetni. *A fogyasztói többlet* tehát az AB szakasz hosszának fog megfelelni.

Ezt a gondolatmenetet nem MARSHALL fogalmazta meg, hiszen ő még nem az ordinális, hanem a kardinális elmélet talaján állt. A marshalli megfogalmazás – érthető módon – a MARSHALL-keresztre támaszkodik. Ezt a *8. ábra* szemlélteti, amely a MARSHALL-kereszt keresleti szárát (DD) mutatja. Ahogy korábban szó volt róla, ez a görbe értelmezhető, mint a fogyasztó különböző mennyiségekhez tartozó rezervációs árainak görbéje. Ha a piaci egységár p_x. akkor az x_0 mennyiséget veszi meg a fogyasztó. A kifizetendő pénzösszeget a $0p_xAx_0$ négyszög területe adja. Mivel a fogyasztó hajlandó lett volna a p_x-nél magasabb rezervációs árakat megfizetni, azért annak a pénzösszegnek a nagyságát, amelyet a fogyasztó az x_0 mennyiségre hajlandó lett volna költeni a $0Max_0$ idom területe jeleníti meg. A szándékolt és a tényleges kifizetés különbsége a p_xMA idom területe a fogyasztói többlet.



7. ábra
Optimális vásárlás Marshall „pénzével”



8. ábra
A fogyasztói többlet MARSHALL szerint

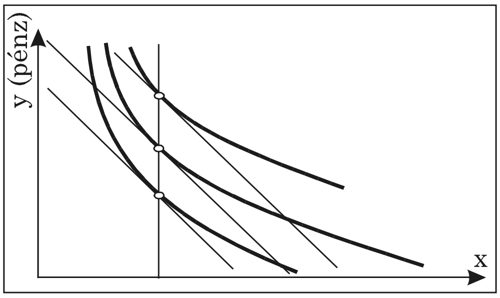
Mivel mindkét megközelítés ugyanarról szól, elvárható lenne a részletek egyezése is. Tehát a DB szakasz hosszának a *7. ábrán* meg kellene egyezni a $0MAx_0$ idom területi mérőszámával a *8. ábrán*, a DA szakasz hosszának a $0p_xAx_0$ négyszög területével, az AB szakasz hosszának pedig a p_xMA idom területével. HICKS megmutatta, hogy ez sajnos általában nem igaz.

A *7. ábrán* a fogyasztói többlet egyértelműen és vitathatatlanul az AB szakasz hosszával jellemezhető. Ugyanakkor tisztán közgazdasági megfontolásokkal is belátható, hogy a fogyasztói többlet a piaci ár és a rezervációs ár közötti különbségből adódó „virtuális” többletjövedelem. A közgazdasági gondolkodásmód egyik alappillére, hogy *a döntéshozatal szempontjából csak jelen és jövő van, a múlt nem változtatható már meg.* Tehát, ha a fogyasztó elkülönítette („rezerválta”) a rezervációs árat az x termék számára, akkor az már „el van költve”. Ha a piaci ár kisebbnek bizonyul a rezervációs árnál, akkor a maradék „újra elkölthetővé” válik, és mint ilyen, pluszjövedelemként érzékelődik.

A probléma ezúttal is abból adódik, hogy MARSHALL a kardinalizmus talaján nem ismerte, nem ismerhette a teljes árhatás felbontását. A *7. ábrán* a C-n keresztül menő, a JA-val párhuzamos „költségvetési egyenes” a fogyasztói többlettel csökkentett reáljövedelmet jeleníti meg. Ez határozná meg a jövedelemhatást, ha a piaci árat a rezervációs ár szintjére emelnék. Csakhogy ebben az esetben a fogyasztó optimális döntése nem a B kosár lenne, hanem a C, azaz nem x_0, hanem csak $x_1<x_0$ mennyiséget venne. Emiatt nem lesz azonos az AB szakasz hossza a p_xMA idom területével!

Ugyanakkor HICKS joggal írja MARSHALLRÓL, hogy *„e téren a fogyasztói többlet egy példa arra, amikor MARSHALL mintha egy kissé túlságosan is találékony lett volna, csakhogy tényleg nagyon találékony volt, s nekünk körültekintően kell eljárnunk, nehogy megismételjük az e kérdéssel foglalkozó szerzők igen gyakori hibáját; azt, hogy nem méltányolták éleselméjűségét. Ama csalóka tételek egyikével van dolgunk, amelyek sokkal egyszerűbbnek tűnnek, mint amilyenek valójában. Könnyen megeshetik, hogy teljesen hamis formában fogalmazzuk meg e tételt, és könnyű elsiklani a fölött, hogy MARSHALL komoly erőfeszítést fordított arra, hogy ne hamis formában fogalmazza meg.”*[1]

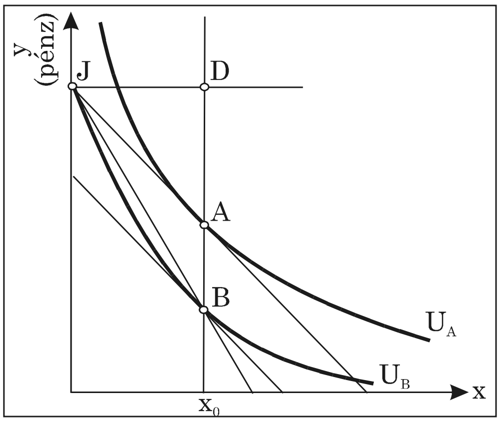
MARSHALL ugyanis zseniális ösztönnel tett egy körmönfontnak tűnő kikötést, hogy tudniillik *a pénz „határhaszna” állandó, nem függ a pénz mennyiségétől.* Valójában ez nem olyan körmönfont kikötés, hiszen valahol a pénz általános egyenértékes szerepére utal. Mindig vehetünk az utolsó pénzegységért olyan árut, amelynek elég nagy a „határhaszna” és így a pénz vonatkozásában nem (feltétlenül) érvényes a GOSSEN-posztulátum a csökkenő „határhaszonról”.



9. ábra
Az állandó „határhasznú” pénz esete

[1] J. R. Hicks [1] 78.oldal

Ennek pedig az a legegyszerűbb modellje, ha a nem csökkenő „határhaszon” változatlan, vagyis állandó. De ha MU_y=konstans, akkor (legyen a konstans éppen 1) az $MRS_{xy}=MU_x$, vagyis ha x változatlan, akkor az MRS_{xy} is változatlan. Tehát a közömbösségi görbék meredeksége bármely, az y tengellyel párhuzamos egyenes mentén változatlan, azaz ennek az egyenesnek és a közömbösségi görbéknek a metszéspontjaiban a közömbösségi görbékhez húzott érintők párhuzamosak (*9. ábra*).



10. ábra
Optimális vásárlás MARSHALL „pénzével” – MARSHALL-módra

Ezzel a marshalli megszorítással a *7. ábra* helyébe a *10. ábra lép*.

Ebben az esetben a rezervációs ár és a piaci ár közötti váltás *teljes árhatásának jövedelemhatása 0*, és így könnyen bizonyítható a *8. ábra* és a *10. ábra* ekvivalenciája.

Mivel azonban MARSHALL mit sem tudott a teljes árhatás felbontásáról, azért feltételezte, hogy a kikötése axiomatikus érvénnyel bír, és abból sziklaszilárdan következik a keresleti görbe monoton csökkenése. Vagyis MARSHALL elméletében nem maradt hely a paradox árhatásoknak.

Azt látjuk tehát, hogy a kardinális szemlélet miatt GIFFEN a helyettesítési hatást, MARSHALL viszont a jövedelemhatást hagyta figyelmen kívül. Ennek az lett a következménye, hogy GIFFEN felfedezett egy paradox árhatást, amit nem tudott empirikusan igazolni, MARSHALL pedig a Marshall-kereszt keresleti szárnyán nem tudta ábrázolni az empirikusan jól kimutatható paradox árhatásokat. Talán éppen MARSHALL tekintélye miatt lettek ezek az árhatások „paradoxak” – tudniillik, amit MARSHALL leírt, az a „normális”, ami kilóg a marshalli elméletből, az a „paradox”.

Viszont érthetővé válik HICKS fenntartása a PARETO-EDGEWORTH féle komplementeritás (kiegészítés) és kompetitivitás (versenyzés, helyettesítés) definiciókkal[1] szemben – azok is, MARSHALLHOZ hasonlóan figyelmen kívül hagyják a többi áru hatását, a teljes árhatás felbomlását jövedelem- és helyettesítési hatásra.

[1] E meghatározások szerint y áru komplementere (kiegészítője) x árunak, ha az x áru kínálatának növekménye (y kínálatának változatlansága mellett) növeli y határhasznát, illetve y áru az x áru konkurense (helyettesítője), ha x áru kínálatának növekménye (y kínálatának változatlansága mellett) csökkenti y áru határhasznát.

Összefoglalás

Láttuk, hogy a korrektül bevezetett kardinális hasznossági elmélet axióma-rendszere nem hogy nem egyszerűbb, de jóval bonyolultabb, mint az ordinális elmélet axióma-rendszere. Ezen nem változtat az, ha a kardinalista irodalom „elspórolja" a rendszer tételes közlését.

Igazán korrektül valójában be sem lehet vezetni a kardinális elméletet – legalább is annak eredeti gosseni-jevonsi-marshalli formájában – az ugyanis *nem konzisztens*. A javak független vizsgálatának posztulátuma ellentmond a fogyasztói kosár összhasznát definiáló posztulátumának.

Korrekt hasznossági függvényt csak a közömbösségi térképből kiindulva lehet szerkeszteni, de az nem lesz egyértelmű és a többértelműsége nem csupán a mértékegység lehetséges megválasztásától függ, hanem bármilyen szigorún monoton módon növekvő transzformáció megválasztásától is. Ilyen választás azonban végtelen sok – és ami fontosabb – minőségileg igen eltérő lehet és nincs empirikus kritérium valamelyik kitüntetett szerepeltetésére.

Az ordinális elmélet minden, a kardinális elméletben megoldható, problémát a kardinális elmélettel analóg módon old meg (például a keresleti görbe alakjának elemzése), de vannak olyan problémák, amelyek megoldására csak az ordinális elmélet alkalmas, a (hagyományos) kardinális nem (GIFFEN-paradoxon). Tehát az ordinális elmélet hatékonyabb a kardinálisnál.

Amikor ismételten felmerül a kardinális elmélet rehabilitációja (például LELKES ORSOLYÁnál), akkor rendre kiderül, hogy csupán egy önkényesen, empirikusan egyáltalán nem igazolt módon kiválasztott DEBREU-függvénnyel van dolgunk – egy valójában ordinális környezetben.

Természetesen az ordinális elmélet sem tökéletes: például egyik támadási felülete, hogy mereven elválasztja a racionális fogyasztói döntés tényezőit (a fogyasztó szubjektív ízlését kifejező közömbösségi térképet és a döntés objektív feltételeit – a reáljövedelmet – tükröző költségvetési egyenest), nem tudja kezelni azok egymásra hatását. Az ilyen típusú problémákat azonban a kardinális elmélet sem oldja meg.

Mindamellett az ordinális elmélet behozhatatlan tudományos előnye a kardinálissal szemben a nála meglévő, ám az utóbbinál hiányzó *belső konzisztencia*.

Mindezért a kardinális elmélet az ordinális elmélet precíz kidolgozása óta nem más, mint *tudománytörténeti múzeumi tárgy*, hasonlóan a csillagászatban a *ptolemaiszi geocentrikus világképhez*, a kémiában a *flogiszton-elmélethez*, a matematikai analízisben a *leibnitzi végtelen kicsiny mennyiségekhez*. Jóllehet különböző okokból és módokon ezek az elavult tudományos kategóriák olykor újjászülethetnek, de mindig csak az új eredményekből kiindulva, azokat felhasználva és semmiképpen *nem azok helyett*. Eredeti formájukban felhasználni őket – bármilyen didaktikai vagy egyéb okra hivatkozva is – tudománytalan.

Hivatkozások

[1] *J. R. HICKS: Érték és tőke Budapest, KJK 1978.*
[1a] J. R. HICKS: A Revision of Demand Theory, Oxford 1958.
[2] BERDE ÉVA, PETRÓ KATALIN: A különféle hasznosságfogalmak szerepe a közgazdaságtanban. Közgazdasági Szemle 1995. 5. sz. (511-529. o.)
[3] LELKES ORSOLYA: A pénz boldogít? A jövedelem és hasznosság kapcsolatának empirikus elemzése Közgazdasági Szemle 2003. 5. sz.
[4] G. DEBREU: Közgazdaságtan axiomatikus módszerrel. Budapest, KJK 1987.
[5] J. V. NEUMANN, O. MORGENSTERN: Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, PUP 1953.